

Reducción del error en la medición de velocidad en máquinas rotatorias

J. J. Medel ¹, Pedro Guevara López ², Alberto Flores Rueda ³, Asdrúbal López Chau ⁴

^{1,3,4} Centro de Investigación en Computación
Instituto Politécnico Nacional

Av. Juan de Dios Batiz s/n C. P. 07738 México D. F., Tel. 57296000 Ext. 56523.

⁴internal@terra.com, ^{1,3}[\(jjmedel,alflores\)@pollux.cic.ipn.mx](mailto:(jjmedel,alflores)@pollux.cic.ipn.mx), ²pguevara@dfi.telmex.net.mx

Resumen: El medir la velocidad real de una máquina rotatoria es un problema que tiene que valorarse, ya que de ello depende la eficiencia del sistema de control. Esta medición puede ser realizada utilizando un decodificador incremental: en la introducción de este trabajo se detallan dos métodos para realizar dicho cálculo. Los errores de lectura generados por los métodos seleccionados dependen de la precisión de lectura de los pulsos, de la decimación de los pulsos, de las oscilaciones de la flecha, de la exactitud de lectura de los orificios del disco montado sobre la flecha rotativa de la máquina, entre otras propiedades. Por tales motivos, se proponer dos propuestas para reducirlo al mínimo. En este trabajo se presentan en forma comparativa ambos métodos de decimación, quedando pendiente el análisis de optimalidad entre calidad de respuesta y tiempo de respuesta entre los métodos seleccionados.

Palabras clave: Tiempo de muestreo, decodificación, codificación, sistema digital, velocidad.

1. Introducción

Las medidas de velocidad de máquinas rotatorias, pueden realizarse con la ayuda de un codificador incremental. Dos de los métodos básicos de medición de velocidad angular, usando un sensor de este tipo son los siguientes:

Método I. Medir durante un intervalo de tiempo T , cuantos pulsos ha generado el codificador incremental [1].

Método II. Medir el periodo de los pulsos del codificador incremental [1].

El método I, que se discute en este trabajo, requiere más elementos de hardware, pero las lecturas son entregadas cada $T_{m\acute{a}x} + T_c$ segundos exactamente, donde $T_{m\acute{a}x}$ es el tiempo máximo entre dos impulsos del codificador incremental y T_c es el tiempo de cálculo para convertir a R. P. M. (revoluciones por minuto).

El método II, tiene la ventaja de que para ser implantado, requiere pocos elementos de hardware. La principal desventaja de este método es que el tiempo en que se producen las lecturas no es constante.

En este trabajo, se demuestra que existe un error que se genera al tratar de implantar en un microcontrolador, el método I de medición de velocidad. Se propone un algoritmo que entrega lecturas de velocidad de una manera más rápida y que puede reducir tal error de medición.

Los impulsos entregados por un codificador incremental, en general están contaminados por ruido, además, dependiendo del tipo de elemento que utilice el codificador (magnético u óptico), los impulsos pueden tener formas de señales cuadradas, triangulares o casi-cuadradas. Se considerará en este trabajo, que las señales provenientes del codificador están libres de ruido (jitter y glitch) y que son cuadradas (ciclo útil de 50%).

2. Error en la medición de velocidad

En esta parte del trabajo se describe el error producido al utilizar temporizadores o contadores de cualquier microcontrolador, este error se debe a que solamente puede ser contado un número entero de pulsos en un intervalo de tiempo, por lo que las fracciones de pulso son omitidas.

Dado un codificador incremental, es posible medir la velocidad angular de una máquina rotatoria empleando cualquiera de los dos métodos descritos anteriormente. De la formula para calcular la velocidad en R. P. M:

$$R.P.M = \frac{60 * N}{m * T} . \quad (1)$$

Donde:

R. P. M Revoluciones por minuto.

N Número de pulsos contados en el intervalo T.

m Número de ranuras del codificador incremental.

T Periodo de tiempo en el que se cuentan los pulsos generados por el decodificador incremental.

Para determinar el intervalo de tiempo que el codificador incremental tarda en producir un pulso, se hace $N = 1$ en la ecuación (1) y se despeja T, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$T = \frac{60}{R.P.M * m} . \quad (2)$$

Lo anterior permite conocer un $T_{máx}$ y un $T_{mín}$. Estos tiempos son respectivamente el máximo y el mínimo que se necesita esperar, antes de que ocurra al menos un pulso de codificador incremental.

En la Figura (1) se muestran gráficas de la ecuación (2) para diferentes valores de m , estos últimos fueron tomados de codificadores comerciales.

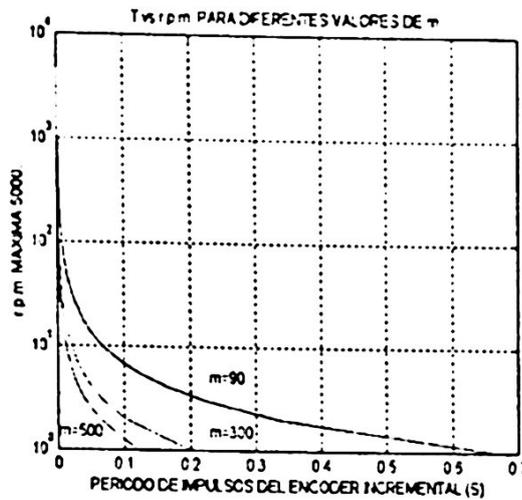


Figura (1). Gráfica de la ecuación (2) para diferentes valores de m . Donde $(R. P. M)_{\min}$ Velocidad mínima que el tacómetro digital es capaz de medir. $(R. P. M.)_{\max}$ Velocidad máxima que el tacómetro digital es capaz de medir.

Se observa en la Figura (1) que T es mínimo para $(R. P. M)_{\max}$ y máximo para $(R. P. M)_{\min}$, es decir:

$$T_{\min} = \frac{60}{(R. P. M)_{\max} * m}, \quad (3)$$

$$T_{\max} = \frac{60}{(R. P. M)_{\min} * m} \quad (4)$$

Las ecuaciones (3) y (4) son importantes, porque permiten conocer T_{\max} y T_{\min} antes de cualquier implantación, y por consecuencia, saber si un microcontrolador puede ser utilizado o no para la medición de velocidad.

Utilizando el método I anteriormente citado, para poder medir todo el rango de velocidades desde $(R. P. M)_{\min}$ hasta $(R. P. M)_{\max}$, se requiere que el periodo del temporizador sea como mínimo T_{\max} .

Para microcontroladores, se puede expresar el tiempo en que un temporizador tarda en generar un evento de la siguiente manera:

$$T = T_{ck} * P * C \quad (5)$$

Donde:

- T Tiempo en que el temporizador tarda en generar un evento.
- T_{ck} Periodo de la señal de reloj que alimenta al temporizador.

- P Pre-escalamiento que recibe la señal T_{ck} . Depende del microcontrolador a utilizar.
- C Número de pulsos de duración $P \cdot T_{ck}$ que se producen por cada evento (interrupción) que genera el temporizador.

De la ecuación (5) se tiene:

$$C = \frac{T}{T_{ck} \cdot P} \quad (6)$$

Sustituyendo (4) en (6)

$$C = \frac{60}{m \cdot (R.P.M)_{min} \cdot T_{ck} \cdot P} \quad (7)$$

De manera general, se puede decir que la ecuación (7) da como resultado un número real.

Por otra parte, como es bien sabido, para un temporizador con un archivo o registro contador de una longitud de n bits, el número máximo de pulsos que suceden antes de generar un evento son $P \cdot (2^n - 1)$ (ver: Ec. (5)). Lo anterior obliga a que se cumpla la ecuación (8). Si ésta última no se puede satisfacer para cualquiera de los valores permitidos de T_{ck} y P , significa que es necesario utilizar un temporizador con un contador de longitud mayor.

$$(2^n - C) > 0 \quad (8)$$

Donde C es un número entero, lo que puede generar un pequeño error.

3. Problemas derivados de la implantación

Para darle un sentido real a las anteriores ecuaciones y mostrar el error por conteo incompleto, se utilizarán valores de un codificador incremental comercial y serán aplicadas las ecuaciones en un microcontrolador RISC AVR AT90S8515-4 de ATMEL®. Sin embargo, los resultados son válidos *ara cualquier microcontrolador*. Dado un codificador incremental con $m=500$ y si $(R.P.M)_{min} = 30 R.P.M$ mientras que $(R.P.M)_{max} = 5000 R.P.M$. Considerando que: $T_{ck} = 0.25 \times 10^{-6} \text{ seg.}$ (Microcontrolador AVR AT90S8515-4 con cristal a 4 Mhz.). Sustituyendo valores en la ecuación (3), se tiene:

$$T_{max} = 4.0 \times 10^3 \text{ seg.}$$

De las hojas de especificaciones del microcontrolador [2], los valores posibles de P se muestran en la Tabla (1):

PRE - ESCALAMIENTO	
T_{ck}	$P = 1$
$T_{ck/8}$	$P = 8$
$T_{ck/64}$	$P = 64$
$T_{ck/256}$	$P = 256$
$T_{ck/1024}$	$P = 1024$

Tabla (1). Pre-escalamientos permitidos para el Timer0 del microcontrolador AT90S85185-4.

Usando la ecuación (7), se tienen los siguientes resultados.

P	C
1	16000
8	2000
64	250
256	62.5
1024	15.625

Tabla (2). Resultados de la ecuación (6).

El contador de registro TCNT0 del temporizador Timer0 del microcontrolador, tiene una longitud de 8 bits. Observando la ecuación (8), nos damos cuenta que los únicos valores permitidos son $C = 250$, $C = 62.5$ y $C = 15.625$.

Para poder cumplir con $T_{m\acute{a}x}$, hay que seleccionar $C=63$ y $C=16$ en los últimos dos casos.

Ahora bien, para medir la velocidad, se utilizará el Método I, en este caso se tienen los siguientes datos: $m=500$, $C=16$, $P=1024$, $T_{ck} = 0.25 \times 10^{-6} \text{ seg}$.

Usando la ecuación (5) se encuentra que $T = 0.004096 \text{ seg}$.

Sustituyendo los datos anteriores en la ecuación (1) y despejando para N, se obtiene la Figura (2). En ella se puede observar que el número máximo de pulsos generados por el codificador incremental no sobrepasa 200.

Para el conteo de estos pulsos puede utilizarse ya sea un registro de propósito general del microcontrolador (incrementándolo en uno, cada vez que un pulso proveniente del codificador produce una interrupción, por ejemplo) o también se puede utilizar un temporizador en modo contador [5].

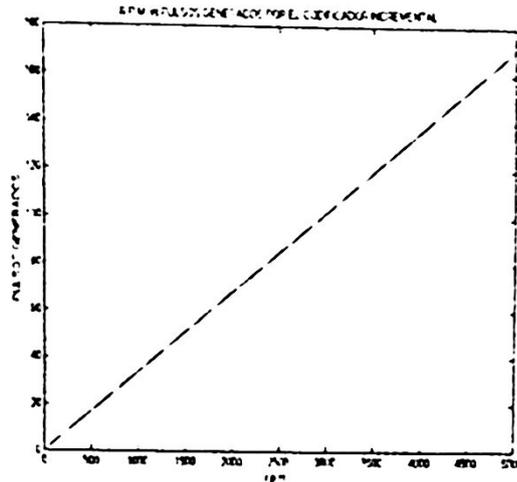


Figura (2) (Gráfica de las R.P.M. vs. pulsos generados por el codificador incremental.).

Cualquier método que se utilice para el conteo de los pulsos, tiene en común con los demás, que solo puede contar pulsos completos.

En la Figura (3), se muestra el número entero de pulsos que se contarían con el microcontrolador. Observe que la gráfica no es una línea recta como en el caso de la Figura (2), sino que ésta es escalonada.

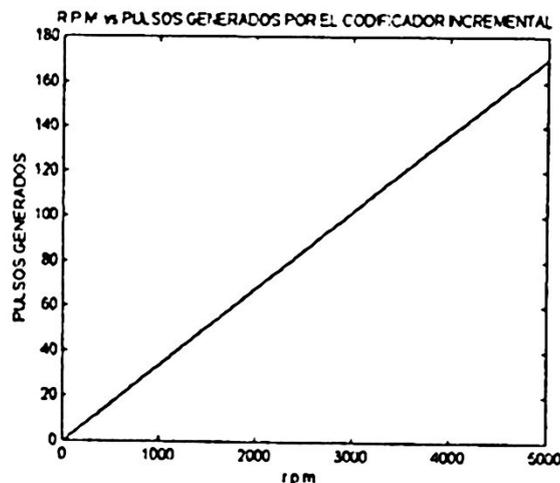


Figura 3. Pulsos contados por el microcontrolador para el rango de velocidades completo.

En la Figura (4) se muestra un acercamiento de la Figura (3) para ver el escalonamiento en el rango de velocidades de 30 a 100 R. P. M.

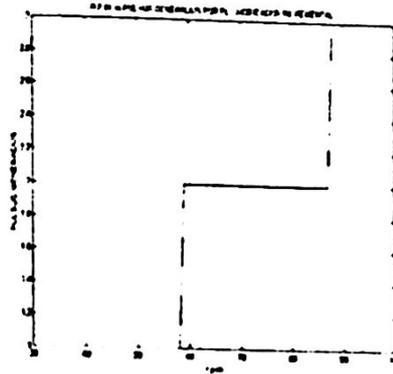


Figura 4.(Acercamiento de la Figura (3) en el intervalo de 30 a 100 R. P. M.).

Este escalonamiento se produce de manera análoga para todo el rango de velocidades. Como se observará más adelante.

La diferencia del número de pulsos reales y los valores medidos por medio del microcontrolador (Figuras (2) y (3)) se presenta la Figura (5).

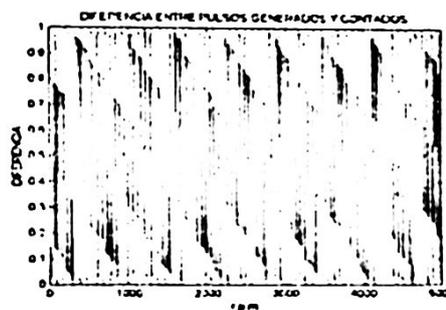


Figura 5. (Diferencia entre Número de Pulsos reales y Pulsos contados por el microcontrolador en todo el rango de velocidades a medir.).

Aunque la diferencia del error nunca sobrepasa la unidad, esto introduce un error final muy grande, como se puede observar claramente en las Figuras (6).

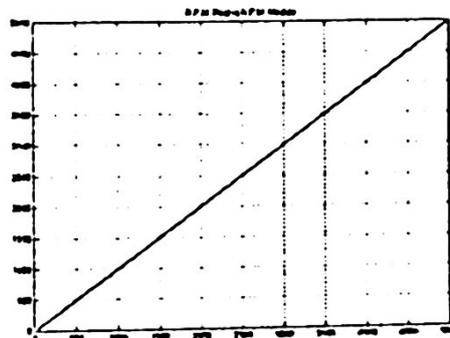


Figura 6. (a) (Gráfica de Velocidad Real vs. Velocidad Medida.).

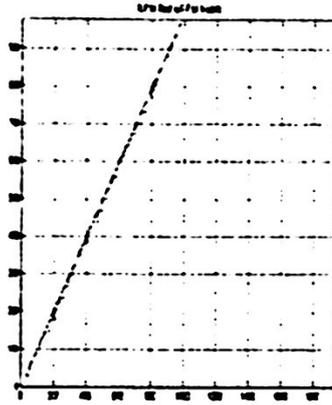


Figura 6 (b). (Acercamiento de Figura (6a) en el rango de velocidades desde 30R. P. M a 1000 R. P. M)

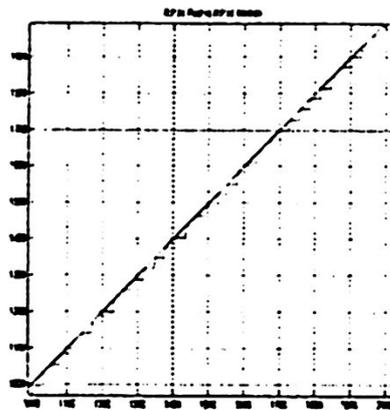


Figura 6 (c). (Acercamiento de Figura (6a) en el rango de velocidades desde 100R. P. M a 2000 R. P. M)

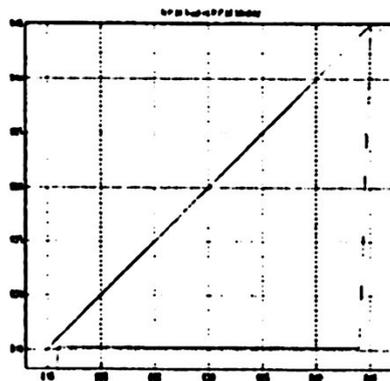


Figura 6 (d). (Acercamiento de Figura (6a) en el rango de velocidades desde 615 R. P. M a 645R.P.M.)

La Figura 6 (d) puede interpretarse de la manera siguiente:

De una máquina rotatoria que gira a una velocidad entre 620 y 640 R. P. M, junto con el codificador incremental de $m=500$, y si el tiempo de muestreo seleccionado es $T=0.004096$ seg., *no se podrá conocer exactamente la velocidad real* a la que gira la máquina. En realidad, el microcontrolador dará una lectura de 616 R. P. M aproximadamente en todo ese intervalo. Esto es similar al error de cuantificación de amplitud en los muestreadores [3][4].

Lo anterior se cumple de manera similar para todo el rango de velocidades.

Con la interpretación anterior y la implantación real en el microcontrolador, hemos comprobado que existe un error en la medición de velocidad. Repetimos: los *resultados son similares* para cualquier microcontrolador o microprocesador que se utilice. Esto se debe a la *naturaleza digital de la solución*.

En la sección siguiente se describen la forma en las que se puede reducir el error mencionado. Además, se propone un algoritmo con el que se pueden obtener lecturas de velocidad de manera rápida y de precisión ajustable.

4. Propuestas para la reducción del error

La precisión requerida en las medidas de velocidad de una máquina rotatoria, es dictada por la aplicación en particular, y estará en función de los recursos de hardware con los que se cuente, además de las restricciones de tiempo que imponga el sistema (de control, por ejemplo) al que el esté conectado el medidor de velocidad.

La forma más simple de reducir el error mostrado en la sección anterior, es incrementar el valor de T de la ecuación (1). A continuación se describe una manera de poder determinar un T adecuado.

4.1 Propuesta de reducción de error con t constante

Obsérvese en la ecuación (1), que desde el punto de vista de la implantación, T es el único parámetro que puede ser modificado al intentar medir la velocidad.

De la misma ecuación (1), podemos obtener el gradiente con respecto al parámetro de interés.

$$\frac{\partial rpm}{\partial T} = -\frac{N * 60}{m * T^2} \quad (9)$$

Con la última ecuación se puede tomar un criterio para decidir la resolución en las mediciones de las R. P. M, que el microcontrolador puede medir. En otras palabras, se puede encontrar una T tal que haga que en la Figura 6 (d), la línea horizontal sea más pequeña (escalonamiento más fino, y por lo tanto, mejor resolución).

Si en la ecuación (9) se hace que los cambios sean menores que la unidad, es decir, si se obliga a que las mediciones tengan una granularidad de 1 R. P. M, obtenemos:

$$\left| \frac{\partial rpm}{\partial T} \right| \leq 1 \quad (10)$$

Sustituyendo (10) en (9)

$$\left| -\frac{N * 60}{m * T^2} \right| \leq 1 \quad (11)$$

Con lo finalmente se encuentra:

$$T \geq \left| \sqrt{\frac{N * 60}{m}} \right| \quad (12)$$

En la práctica hay que ajustar T , a los valores del microcontrolador, haciendo que el valor real generado, satisfaga la ecuación (13) y simultáneamente la ecuación (8).

$$T_{real} \geq T \quad (13)$$

Para los datos que se están utilizando desde el inicio de este trabajo se tiene

$$T \geq \sqrt{\frac{1 * 60}{500}} = 0.346 \text{ seg.}$$

En este caso se ha elegido $N = 1$, para hacer que se cuente un pulso del codificador incremental y el proceso sea lo más rápido posible.

La Figura 7(a) muestra el valor de la velocidad real y el valor medido en el intervalo de 30 a 50 R. P. M aproximadamente. La Figura 7(b) muestra el error generado al hacer que T tome el último valor encontrado. Observe que el error se redujo notablemente.

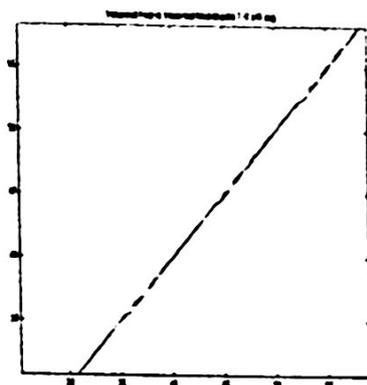


Fig. 7 (a). Gráfica de velocidad real vs velocidad medida para $T=0.346$ seg.

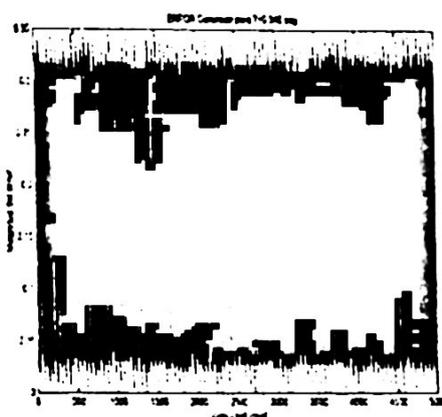


Fig. 7 (b). Error generado con $T=0.346$ seg.

Lo atractivo de este método para la reducción del error, es que **no requiere gran poder computacional** por parte del hardware, sin embargo, los tiempos para entregar las mediciones se hacen mayores, llegando incluso a las centésimas o décimas de segundo.

El tiempo total para la generación de lecturas puede ser reducido en un factor de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ utilizando una compuerta XOR, con dos salidas desfasadas 90° eléctricos de un codificador incremental.

Si la medición de velocidad es utilizada solamente para visualización o para realimentar a un sistema de control con frecuencia de muestreo de unas centésimas de segundo, este sencillo método puede ser empleado sin mayor problema. Sin embargo, cuando se requiere que las lecturas de velocidad sean entregadas lo más rápidamente posible, es necesario recurrir a otros métodos.

Se propone a continuación un método para la obtención de velocidad con reducción del error, con la ventaja substancial de que es más rápido que el presentado anteriormente.

4.2 Propuesta de reducción de error con t variable: Algoritmo rápido de obtención de velocidad

El algoritmo para la medición de velocidad de una máquina rotatoria propuesto en este trabajo, utiliza un codificador incremental de m pulsos por revolución. Básicamente consiste de cinco pasos que son:

1. Proponer un T_0 inicial.
2. Contar cuantos pulsos (N_0) ha generado el codificador incremental en T_0 .
3. Con los datos del paso (2), se propone un T^*_1 .

$$T^*_1 = \frac{T_0}{N_0} * K_1. \quad (14)$$

Donde K_1 es un número entero positivo mayor a 1.

4. Contar cuantos pulsos (N_1) ha generado el codificador incremental en T^*_1 .
5. Calcular la velocidad con los últimos datos, usando la siguiente ecuación:

$$R.P.M = \frac{60 * N_1}{m * T^*_1}. \quad (15)$$

La principal ventaja de este método sobre el presentado anteriormente, es que *produce resultados* de una manera más *rápida* y además la *precisión puede ser ajustada variando T_0 y K_1* .

Los tiempos en los que el algoritmo puede encontrar la velocidad de una maquina rotatoria, disminuyen a medida en que esta última gira más rápido.

La desventaja de este algoritmo es que se requiere más operaciones aritméticas de punto flotante. Esta desventaja se presenta solamente en microcontroladores que no soportan operaciones de ese tipo, por lo que tienen que realizarla por software. Sin embargo, esta situación puede ser resuelta utilizando un procesador que realice operaciones de punto flotante por hardware. Observe que en el primer algoritmo presentado, T es constante (en general grande) y la utilización de un procesador más poderoso no contribuiría a reducir en tiempo de respuesta del algoritmo. Algunos resultados que arroja el algoritmo son presentados sección siguiente.

5. Algunos resultados arrojados por el algoritmo de obtención de velocidad con t variable

La simulación del último algoritmo propuesto, muestra que en general, éste entrega mediciones de velocidad en intervalos de tiempo menores que el algoritmo que utiliza un T fijo.

Por otra parte, la precisión puede ser variada ajustando T_0 y K_1 . Lógicamente, entre mayor sea K_1 , el tiempo en que se obtienen las velocidades también crecerá (pudiendo

ser incluso mayor al del primer algoritmo), pero la precisión mejora. En las figuras siguientes se presentan algunos resultados de la simulación.

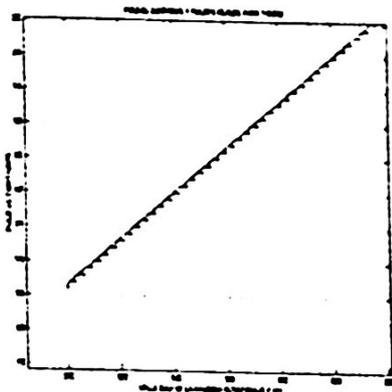


Figura 8. Pulsos reales (en rojo) generados por el codificador incremental ($m=500$). Pulsos contados (en azul) por el microcontrolador. Con $T_0=0.04\text{seg}$.

Paso 1 del algoritmo.

Se elige arbitrariamente un $T_0=0.04\text{seg}$.

Paso 2 del algoritmo.

En la Figura (8) se observan los pulsos reales que genera el codificador incremental en el intervalo de 500 a 1500 rmp. También muestran los pulsos que el microcontrolador mide con $T_0 = 0.04$ seg. En general, existe una discrepancia entre los pulsos reales y los medidos.

Paso 3 del algoritmo.

Para cada una de las velocidades en el rango de 500 a 1500 R. P. M. Se encuentra un T^+ , que disminuye a medida que la maquina rotatoria incrementa su velocidad.

Observe en la Figura (9), que este T^+ es mucho más pequeño que el T encontrado en el algoritmo que utiliza $T=0.346$ seg. El T^+ servirá después como base para contar pulsos provenientes del codificador incremental.

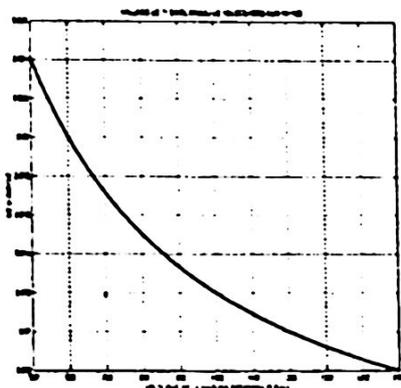


Figura 9. Valores de T^+ , para cada una de las velocidades en el rango 500 a 1500 R. P. M. Con $K_1=100$.

Paso 3 del algoritmo.

Se cuentan los pulsos que genera el codificador incremental en el intervalo T_1^+ . La Figura (10) muestra los pulsos generados por el codificador incremental y los pulsos medidos. Obsérvese que la discrepancia es ahora menor que la del paso 1.

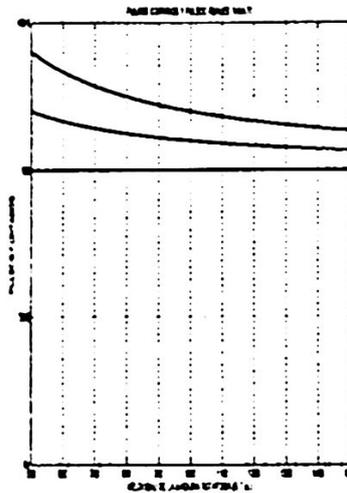


Figura 8. Pulsos reales generados (en rojo) por el codificador incremental ($m=500$). Pulsos contados por el microcontrolador (en azul).

Paso 5 del algoritmo.

Finalmente, se calcula la velocidad con los datos obtenidos.

La velocidad encontrada es muy parecida a la velocidad real a la que gira la máquina rotatoria.

En la Figura (11) pueden verse las velocidades reales y las velocidades medidas. En los casos en que el algoritmo entrega velocidades que divergen un poco de la real, siempre se localizan por debajo de la misma.

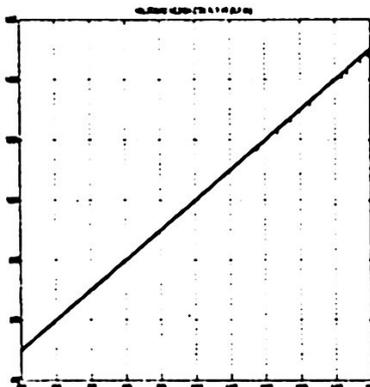


Figura 11. Velocidad real (en rojo). Velocidad medida con $K_1=100$ (en azul).

Un acercamiento de la Figura (11) permite verificar que las mediciones entregadas tienen una resolución bastante buena. Esto se muestra en la Figura (12).

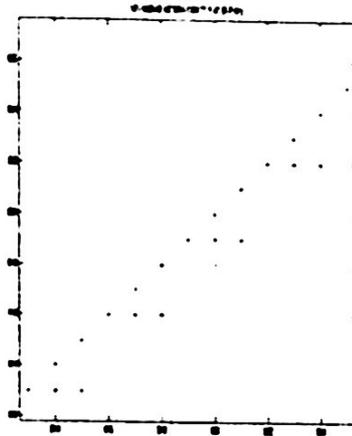


Figura 12. Acercamiento de la Figura (11) en el intervalo 814 a 824 R. P. M. Velocidad real (En rojo). Velocidad medida con $K_1=100$ (En azul).

La diferencia entre la velocidad real y la velocidad medida con el algoritmo, se presenta a continuación en la Figura (13).

Para la mayor parte del rango de velocidades, existe una diferencia de una o dos R. P. M con respecto a la velocidad real. Mediciones que pueden utilizadas en un sistema de control para maquinas rotatorias.

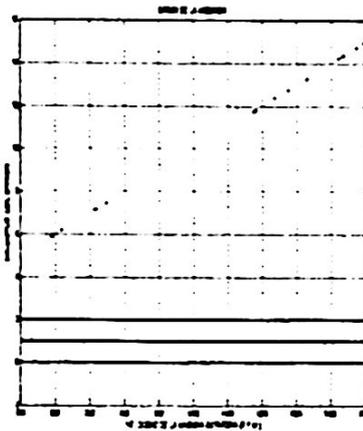


Figura 13. Diferencia entre Velocidad real y velocidad medida. Con $K_1=100$.

Como muestra del cambio en la resolución cuando se modifica cualquiera de los parámetros K_1 o T_0 del algoritmo, se presenta a continuación el error al hacer $K_1 = 200$.

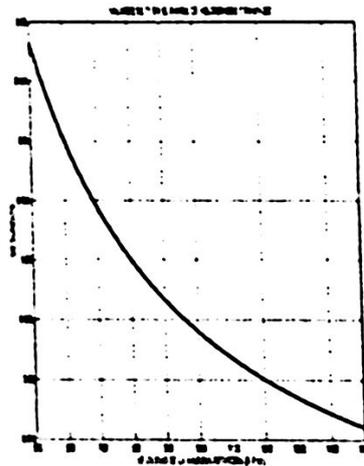


Figura 14. Valores de T_1^+ para cada una de las velocidades en el rango 500 a 1500 R. P. M. Con $K_1=200$.

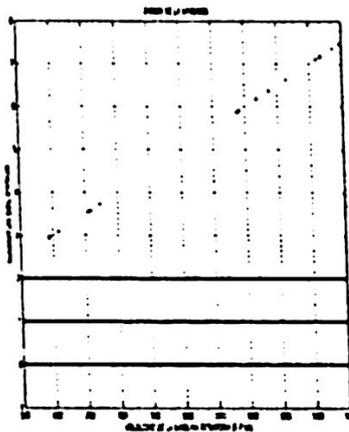


Figura 15. Diferencia entre Velocidad real y velocidad medida. Con $K_1=200$.

Los casos en los que existe diferencias entre la velocidad real y la medida, continúa siendo de una o dos R. P. M para la mayoría de los casos. Sin embargo, se ha disminuido en casi la mitad, el error para los otros casos.

Hay que hacer notar que T_1^+ se ha incrementado solamente el doble para $K=200$. Si se modifica T_0 a 0.1 s, y se mantiene $K_1=100$, los resultados son los siguientes.

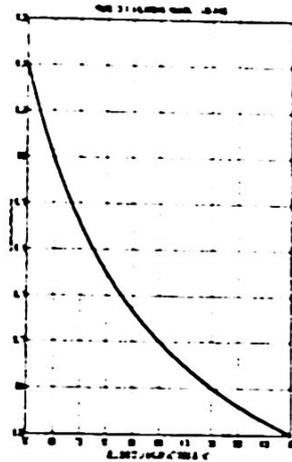


Figura 16. Valores de T_1^+ para cada una de las velocidades en el rango 500 a 1500 R. P. M. Con $K_1=100$.

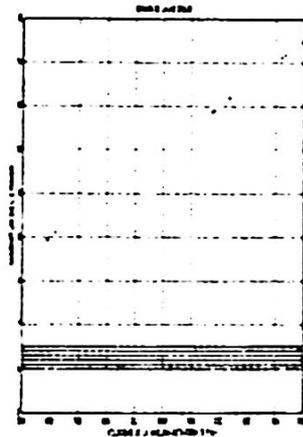


Figura 17. Diferencia entre velocidad real y velocidad medida. Con $K_1=100$.

Ahora la mayor parte de las mediciones se encuentran a distancias menores o iguales a 1 R. P. M. Mientras que T_1^+ se ha mantenido sin cambio.

6. Conclusiones

La medición de velocidad de una máquina rotatoria puede ser realizada utilizando un codificador incremental. Dos métodos básicos para lograr esto se describen en la primera parte de este trabajo.

Al utilizar cualquier microcontrolador para implantar el método I, puede existir un error en las mediciones, debido a que solamente pueden ser contados pulsos completos. Dos propuestas para reducir este error son presentadas aquí.

La primera propuesta tiene la ventaja de no requerir muchas operaciones de punto flotante y que puede lograrse que el error sea menor a 1 R. P. M, pero el tiempo en que se entregan las mediciones es muy largo.

La segunda propuesta, reduce el error de medición y entrega resultados en tiempos cortos. Además, la resolución puede ser variada de acuerdo a las necesidades, modificando los parámetros T_0 y K_1 .

El parámetro T_0 hace que la mayor parte de las mediciones se acerquen más a la velocidad real. Por otra parte, K_1 hace que las pocas mediciones en las que el algoritmo entrega resultados divergentes, no se separen mucho de la velocidad real.

7. Referencias

- [1] "Sensores y Acondicionadores de Señal" 3ª edición. Ramón Payas Areny. Alfa Omega Marcombo. pag.455-456.
- [2] "Avr RISC Microcontroller" DATA BOOK. AUGUST 1999. ATMEL.
- [3] "Sistemas Modernos de Control, Teoria y Práctica". 2ª edición. Richard C. Dorf. Addison Wesley Iberoamericana. pag. 508
- [4] "Sistemas de Control en Tiempo Discreto" 2ª Edición. Katsuhiko Ogata. pag 8.
- [5] "Microcontroladores PIC, Diseño practico de aplicaciones" José Ma. Angulo Usategui. Susana Romero Yesa. Ignacio Angulo Martínez. Mc Graw Hill